УДК 514.742:531.1 PACS 02.40.Hw, 45.40.-f

О.А. Гулівець, С.Ю. Олійник, Г.А. Маркевич

ВЕКТОРНІ ФУНКЦІЇ СКАЛЯРНОГО АРГУМЕНТУ ПРИ ДОСЛІДЖЕННЯХ КІНЕМАТИКИ ТОЧКИ ТА ТВЕРДОГО ТІЛА

В роботі застосовується безкоординатний (векторний) спосіб проведення математичних операцій над векторними величинами на прикладі доведення теорем кінематики точки та твердого тіла. Такий спосіб в навчальному процесі дозволяє скоротити час на доведення деяких теорем з курсу «Теоретичної механіки». Так, при дослідженнях кінематики точки та твердих тіл використовуються векторні функції скалярного аргументу (часу): радіус-вектор, швидкість, прискорення, над якими є необхідність проводити ряд математичних операцій: знаходження їх суми, векторного та скалярного їх добутку, добутку векторних функцій на скалярну, диференціювання та інтегрування, тощо. Як відомо, існують два методи проведення математичних операцій над векторними величинами: безкоординатний (або векторний), який оперує безпосередньо з векторами та координатний – операції проводяться над скалярними величинами, які аналітично визначають в деякій системі координат. Безкоординатний метод є більш компактним і доцільним для використання при проведенні теоретичних досліджень. Використавши деякі властивості векторних функцій: можливість зображати векторну функцію скалярного аргументу у вигляді добутку одиничної векторної функції (орта функції) на скалярну функцію (модуль векторної функції) і правила диференціювання векторних функцій, за допомогою безкоординатного метода проведено доведення декількох теорем по визначенню кінематичних параметрів точок вільного твердого тіла та окремої точки при складному її русі. Застосування таких методів доведення теорем при вивченні дисципліни «Теоретична механіка» дозволяє дещо скоротити час на доведення цих теорем, що є важливим фактором в сучасних умовах.

Ключові слова: безкоординатний метод, кінематика твердого тіла, векторна функція, скаляр, похідна, радіус-вектор, швидкість, прискорення.

1. Вступ

Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями. Теоретична механіка є науковою основою сучасної техніки і фундаментальною дисципліною в справі підготовки інженерних кадрів. В сучасних умовах роботи вищої школи, коли різко (в 2 рази і більше) скорочено кількість годин на вивчення цієї дисципліни, необхідно зменшувати кількість часу на доведення ряду теорем з цієї дисципліни без зменшення обсягу знань у студентів внаслідок її вивчення. Отже, необхідно розробити такі методи доведення ряду теорем кінематики точки та твердого тіла, які не зменшуючи точності і якості доведення цих теорем дозволяли б скорочувати час на їх доведення.

Аналіз досліджень і публікацій. Питання кінематики точки та твердого тіла в вітчизняній літературі відображені досить повно і на високому рівні. Доведення теорем кінематики точки та твердого тіла виконані в основному з застосуванням аналітичного координатного методу математичних операцій над векторними величинами [3], аналітичного координатного в поєднанні з безкоординатним [5…10] та геометричного методу складання векторних величин [4, 11].

Як показала практика застосування існуючих методів доведення теорем кінематики точки та твердого тіла, ці методи не дозволяють скоротити час на доведення цих теорем.

Постановка задачі. На основі аналізу властивостей векторних функцій скалярного аргументу і аналізу фізичної суті кінематики точки та твердого тіла розробити доведення теорем кінематики точки та твердого тіла, які б дозволяли скоротити час на доведення цих теорем.

2. Викладення матеріалу та результати

При вивченні руху матеріальних об'єктів в просторі з плином часу використовуються певні системи відліку. Кожна система відліку є сукупністю тіла відліку та зв'язаних з ним системи координат і системи відліку часу, по відношенню до яких розглядається рух будь-яких інших тіл.

Сучасна механіка ґрунтується на ряді закономірностей, що установлені в формі, яка є незалежною від вибору системи координат, які застосовуються при одержуванні та дослідженні цих закономірностей. Така форма закономірностей називається інваріантною.

Як відомо з курсу математики [1, 2]:

1) фізичні величини, значення яких можуть бути виражені додатними або від'ємними числами («скалярами») і які не залежать від системи відліку називаються скалярними величинами (маса, температура, енергія);

2) величини, значення яких визначаються як розмірами так і напрямом в просторі, називаються векторами і можуть зображуватись відрізками, які мають певну величину та напрям;

3) векторною функцією (вектор-функцією) скалярної змінної *t* називається змінний вектор $\overline{a}$, якщо кожному значенню *t* відповідає певне значення вектора $\overline{a}$

$$\overline{a} = f\left(t\right).$$

При дослідженнях кінематики точки та твердих тіл векторними функціями скалярного аргументу (часу) є радіуси-вектори точок $\overline{r} = \overline{r}\left(t\right)$, їх швидкості $\overline{\upsilon} = \overline{\upsilon}\left(t\right)$ та прискорення $\overline{a} = \overline{a}\left(t\right)$.

При кінематичних дослідженнях над векторними функціями скалярного аргументу проводяться математичні операції: знаходження їх суми, векторного та скалярного їх добутку, добутку векторних функцій на скалярну функцію або сталу скалярну величину, диференціювання та інтегрування.

Як відомо [5] є два методи проведення математичних операцій над векторними величинами: безкоординатний – оперують безпосередньо з векторами не зв'язуючи їх з певними системами координат та координатний – операції проводяться над скалярними величинами, які аналітично визначають вектор в деякій системі координат. При цьому установлені безкоординатним способом операції не залежать від вибору координатної системи і, як наслідок, є інваріантними. Безкоординатний метод є більш компактним в порівнянні з координатним і застосовується переважно при проведенні теоретичних досліджень. Координатний метод також дозволяє побудувати систему інваріантних операцій, які відрізняються від операцій, виконаних безпосередньо над векторами, лише формою запису і застосовується як при теоретичних дослідженнях так і при розв'язуванні конкретних задач.

Математичні операції над векторними функціями скалярного аргументу: знаходження їх суми, векторного та скалярного добутку, добутку векторних функцій на скалярну функцію виконуються так само як і над будь-якими векторними величинами.

Диференціювання векторних функцій скалярного аргументу, добутку векторних функцій на скалярну, скалярного або векторного добутку векторних функцій виконуються за правилами, які аналогічні відомим правилам диференціювання скалярних функцій.

Нехай необхідно визначити швидкість змінювання векторної функції $\bar{\rho}(t)$, яка характеризує деяке механічне явище в певній системі відліку. При диференціюванні цієї функції використаємо властивість: векторну функцію скалярного аргументу можна подати у вигляді добутку [2]

$$\bar{\rho}(t)=\bar{c}_{\rho}(t)\cdot\rho(t), \tag{1}$$

де: $\bar{c}_{\rho}(t)$ – одинична векторна функція (орт вектора $\bar{\rho}(t)$); $\rho(t)$ – скалярна функція (модуль векторної функції $\bar{\rho}(t)$).

Продиференцюємо за часом вираз (1)

$$\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt}=\frac{d\bar{c}_{\rho}(t)}{dt}\cdot\rho(t)+\bar{c}_{\rho}(t)\cdot\frac{d\rho(t)}{dt}. \tag{2}$$

В формулі (2) перша складова в правій частині характеризує змінювання напряму вектора $\bar{\rho}(t)$, а друга складова характеризує змінювання його величини (модуля).

Як відомо [2], похідна за часом від одиничної векторної функції дорівнює

$$\frac{d\bar{c}_{\rho}(t)}{dt}=\bar{\omega}\times\bar{c}_{\rho}(t), \tag{3}$$

де: $\bar{\omega}$ – вектор кутової швидкості обертання вектора $\bar{\rho}(t)$, який спрямований за правилом правого гвинта вздовж осі обертання.

Отже, похідна за часом векторної функції скалярного аргументу $\bar{\rho}(t)$ буде мати вигляд

$$\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt}=\left(\bar{\omega}\times\bar{c}_{\rho}(t)\right)\cdot\rho(t)+\bar{c}_{\rho}\cdot\frac{d\rho(t)}{dt}. \tag{4}$$

В загальному випадку векторна функція $\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt}$ буде спрямована по дотичній до годографа функції $\bar{\rho}(t)$.

Якщо скалярна функція $\rho(t)=const$, то вектори $\bar{\rho}(t)$ і $\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt}$ будуть взаємно перпендикулярні, при $\bar{c}_{\rho}(t)=const$ а $\rho(t)\neq const$ вектори $\bar{\rho}(t)$ і $\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt}$ будуть лежати на одній прямій.

Розглянемо більш складний випадок диференціювання векторних функцій скалярного аргументу.

Нехай в деякій точці простору відбувається механічне явище, яке характеризується деякою функцією $\bar{\rho}(t)$ і яке фіксується в двох системах відліку: у системі, де це явище відбувається безпосередньо, яку будемо називати відносною, і в системі, яку приймаємо за нерухому і відносно якої рухається рухома.

Швидкість змінювання векторної функції $\bar{\rho}(t)$ відносно рухомої системи відліку будемо називати відносною похідною за часом, а відносно нерухомої системи відліку – абсолютною похідною векторної функції за часом.

Установимо залежність між абсолютною та відносною похідними векторної функції $\overline{\rho}(t)$.

Векторна функція $\overline{\rho}(t)$ відображає суть механічного явища, яке відбувається у відносній системі відліку і не залежить від руху цієї системи відліку відносно нерухомої.

Отже, відносна похідна за часом векторної функції скалярного аргументу $\overline{\rho}(t)$ згідно з рівнянням (4) буде мати вигляд

$$\left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_r = \left(\overline{\omega}_r \times \overline{c}_\rho(t)\right)\cdot\rho(t) + \overline{c}_\rho \cdot \frac{d\rho(t)}{dt}, \tag{5}$$

де $\overline{\omega}_r$ – вектор кутової швидкості обертання вектора $\overline{\rho}(t)$ у відносній системі відліку.

Розглянемо тепер абсолютну похідну від векторної функції $\overline{\rho}(t)$. Враховуючи, що на величину модуля векторної функції $\overline{\rho}(t)$ зміна положення рухомої системи відліку відносно нерухомої не впливає, а на величину змінювання напряму даної векторної функції впливає додатково лише кутова швидкість обертання тіла відліку рухомої системи запишемо похідну векторної функції $\overline{\rho}(t)$ за часом відносно нерухомої системи відліку – абсолютну похідну

$$\left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_a = \left(\overline{\omega}_r \times \overline{c}_\rho(t)\right)\cdot\rho(t) + \overline{c}_\rho \cdot \frac{d\rho(t)}{dt} + \left(\overline{\omega}_e \times \overline{c}_\rho(t)\right)\cdot\rho(t), \tag{6}$$

де $\overline{\omega}_e$ – вектор кутової швидкості обертання тіла відліку рухомої системи відносно миттєвої осі, що проходить через початок відліку рухомої системи.

Тоді з урахуванням рівняння (5) запишемо рівняння, яке виражає абсолютну похідну векторної функції $\overline{\rho}(t)$ за часом

$$\left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_r + \left(\overline{\omega}_e \times \overline{c}_\rho(t)\right)\cdot\rho(t) \tag{7}$$

або

$$\left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_r + \overline{\omega}_e \times \overline{\rho}(t). \tag{8}$$

Таким чином безкоординатним способом одержана формула Бура (8), з якої випливає, що абсолютна похідна векторної функції скалярного аргументу дорівнює векторній сумі відносної похідної цієї функції і векторного добутку кутової швидкості переносного обертання тіла на вектор, який диференціюють.

Якщо фізичне явище, яке характеризується деякою векторною функцією $\overline{\rho}(t)$ і яке фіксується крім нерухомої в декількох рухомих системах відліку, які матимуть свої тіла відліку, кожне з яких буде мати свій вектор кутової швидкості обертання відносно своєї миттєвої осі $\overline{\omega}_{ei}$, то абсолютна похідна векторної функції $\overline{\rho}(t)$ (8) прийме вигляд

$$\left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\overline{\rho}(t)}{dt}\right)_r + \sum_{i=1}^{n}\overline{\omega}_{ei} \times \overline{\rho}(t) \tag{9}$$

Нижче наведені доведення декількох теорем кінематики, які виконані на основі запропонованого способу диференціювання векторних функцій скалярного аргументу.

Розглянемо рух вільного твердого тіла *G*. Як відомо, рух вільного твердого тіла можна нескінченною кількістю способів розкласти на два рухи: поступальний, який визначається рухом довільної фіксованої точки тіла – полюса, та обертальний навколо миттєвої осі, що проходить через цей полюс, з деякою кутовою швидкістю $\bar{\omega}_e$.

Виберемо в тілі довільні дві точки A та B (рис. 1). Визначимо їх положення відносно нерухомої точки O простору радіусами-векторами $\bar{r}_A$ та $\bar{r}_B$, а положення точки B відносно точки A радіус-вектором $\bar{\rho}$. Приймемо точку O за початок нерухомої системи відліку, а точку A – за початок рухомої системи відліку (полюс). Тоді положення точки B відносно рухомої системи відліку буде визначитись радіусом-вектором $\bar{\rho}_{BA}$. Під час всього руху тіла радіуси-вектори будуть змінюватись з часом: $\bar{r}_A$ та $\bar{r}_B$ – за величиною та напрямом, а радіус-вектор $\bar{\rho}_{BA}$ – лише за напрямом. Під час всього руху тіла буде вірна залежність

$$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \bar{\rho}_{BA}. \tag{10}$$

Визначимо швидкість точки B

$$\bar{\upsilon}_B = \frac{d\bar{r}_B}{dt} = \frac{d\bar{r}_A}{dt} + \frac{d\bar{\rho}_{BA}}{dt}. \tag{11}$$

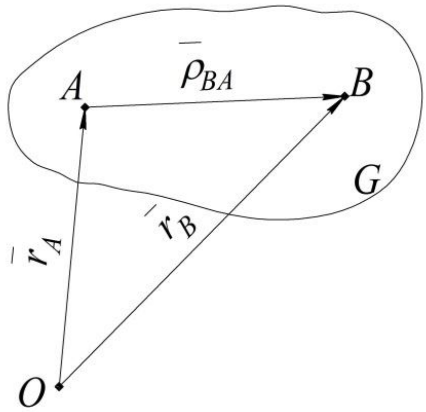

Рис. 1. До теореми про розподіл швидкості точок твердого тіла.

Виразимо векторну функцію скалярного аргументу $\bar{\rho}_{BA}$ у вигляді добутку одиничної векторної функції $\bar{c}_\rho$ на скалярну функцію ρ_{BA}

$$\bar{\rho}_{BA} = \bar{c}_\rho \cdot \rho_{BA}. \tag{12}$$

Тоді

$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A + \frac{d\bar{c}_\rho}{dt} \cdot \rho_{BA} + \bar{c}_\rho \cdot \frac{d\rho_{BA}}{dt} = \bar{\upsilon}_A + \left[\left(\bar{\omega}_r + \bar{\omega}_e \right) \times \bar{c}_\rho \right] \cdot \rho_{BA} + \bar{c}_\rho \cdot \frac{d\rho_{BA}}{dt}. \tag{13}$$

Так як для точок твердого тіла $\dfrac{d\bar{\rho}_{BA}}{dt} = 0$, $\bar{\omega}_r = 0$, то одержимо рівняння яке виражає теорему про розподіл швидкостей точок вільного твердого тіла

$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}_{BA} = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{BA}. \tag{14}$$

Швидкість довільної точки вільного твердого тіла дорівнює векторній сумі швидкості довільно вибраного полюса і швидкості обертального руху навколо осі, яка проходить через полюс.

Визначимо проекції швидкості двох точок A та B твердого тіла, яке перебуває в довільному русі, на вісь $\overline{AB}$, що проходить через ці точки (див. рис. 1).

Скористуємось рівнянням (14), яке виражає залежність між швидкостями цих точок, і спроектуємо його на вісь $\overline{AB}$:

$$\upsilon_B \cdot \cos\left(\bar{\upsilon}_B \hat{;} \overline{AB} \right) = \upsilon_A \cdot \cos\left(\bar{\upsilon}_A \hat{;} \overline{AB} \right) + \upsilon_{BA} \cdot \cos\left(\bar{\upsilon}_{BA} \hat{;} \overline{AB} \right). \tag{15}$$

Так як вектор обертальної швидкості $\bar{\upsilon}_{BA} \perp \overline{AB}$, то одержимо

$$\upsilon_B \cdot \cos\left(\bar{\upsilon}_B \hat{;} \overline{AB} \right) = \upsilon_A \cdot \cos\left(\bar{\upsilon}_A \hat{;} \overline{AB} \right). \tag{16}$$

Таким чином доведена теорема: *проекції швидкостей двох точок абсолютно твердого тіла при будь-якому його русі на вісь, що проходить через ці точки, рівні між собою.*

Розглянемо рух точки *M* (рис. 2), яка рухається відносно тіла *G*, з яким незмінно зв'язана рухома система координат *Oxyz* і яке в свою чергу рухається певним способом відносно іншої системи координат $O_a x_a y_a z_a$, яку приймаємо за базову (умовно вважаємо нерухомою). Нехай положення рухомої точки *M* відносно початку рухомої системи координат визначається радіусом-вектором $\bar{\rho}$, положення початку рухомої системи координат (точки *O*) відносно нерухомої системи координат – радіусом-вектором $\bar{r}_O$, а положення рухомої точки *M* відносно початку нерухомої системи координат – радіусом-вектором $\bar{r}$. В загальному випадку радіуси-вектори $\bar{\rho}$, $\bar{r}_O$ та $\bar{r}$ з часом можуть змінювати свій модуль та напрям в просторі, тобто, є векторними функціями скалярного аргументу *t*.

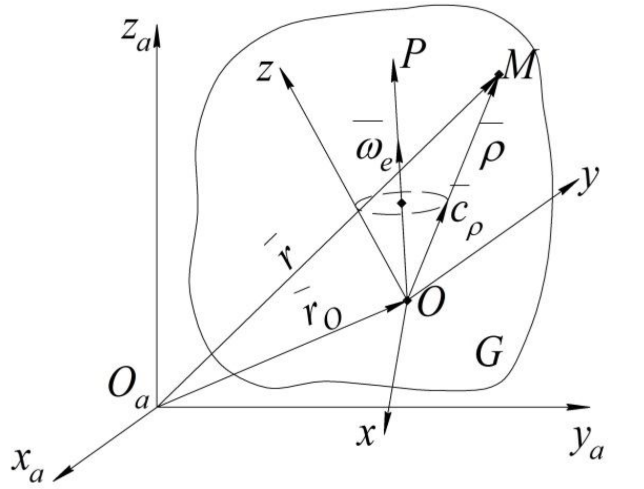

Рис. 2. До теореми про складання швидкостей та прискорень при складному русі точки.

Під час всього руху буде вірною залежність

$$\bar{r} = \bar{r}_O + \bar{\rho},$$

де векторна функція $\bar{r}_O$ змінює свій напрям з часом лише в нерухомій системі відліку, векторна функція $\bar{\rho}$ змінює свій напрям відносно рухомої системи відліку, яка зв'язана з тілом *G*, і відносно нерухомої системи відліку внаслідок обертання тіла *G* навколо миттєвої осі *OP* з деякою кутовою швидкістю $\bar{\omega}_e$.

Визначимо абсолютну швидкість точки *M*

$$\bar{\upsilon}_a = \left(\frac{d\bar{r}}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\bar{r}_O}{dt}\right)_a + \left(\frac{d\bar{\rho}}{dt}\right)_a. \quad (17)$$

Як відомо, $\left(\frac{d\bar{r}_O}{dt}\right)_a$ є швидкістю початку рухомої системи координат (тіла *G*) відносно нерухомої:

$$\left(\frac{d\bar{r}_O}{dt}\right) = \bar{\upsilon}_O \quad (18)$$

$\left(\frac{d\bar{\rho}}{dt}\right)_a$ – абсолютна похідна векторної функції $\bar{\rho}$ за часом, яка згідно з формулою (8) дорівнює

$$\left(\frac{d\bar{\rho}}{dt}\right)_a = \left(\frac{d\bar{\rho}}{dt}\right)_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho} = \bar{\upsilon}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}, \quad (19)$$

де $\bar{\omega}_e \times \bar{\rho}$ – обертальна швидкість тієї точки тіла *G*, де в дану мить знаходиться рухома точка *M*, навколо миттєвої осі, що проходить через точку *O*.

Після підстановки (18) і (19) в формулу (17) одержимо

$$\bar{\upsilon}_a = \bar{\upsilon}_O + \bar{\upsilon}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}. \quad (20)$$

Якщо прийняти до уваги, що векторна сума $\bar{\upsilon}_O + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}$ є швидкістю точки тіла *G*, де знаходиться рухома точка *M* і є для точки *M* переносною швидкістю $\bar{\upsilon}_e$, то

$$\bar{\upsilon}_a = \bar{\upsilon}_e + \bar{\upsilon}_r . \qquad (21)$$

Одержана рівність виражає теорему про складання швидкостей при складному русі точки: *абсолютна швидкість точки при складному її русі дорівнює геометричній сумі відносної та переносної швидкостей.*

Визначимо прискорення точки M продиференціювавши за часом векторну функцію її швидкості $\bar{\upsilon}_a$ у вигляді (20)

$$\bar{a}_a = \frac{d\bar{\upsilon}_a}{dt} = \frac{d\bar{\upsilon}_O}{dt} + \frac{d\bar{\omega}_e}{dt} \times \bar{\rho} + \bar{\omega}_e \times \left(\frac{d\bar{\rho}}{dt} \right)_a + \left(\frac{d\bar{\upsilon}_r}{dt} \right)_a \qquad (22)$$

Застосувавши рівність (8) визначимо абсолютні похідні векторних функцій $\bar{\rho}$ та $\bar{\upsilon}_r$

$$\left(\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt} \right)_a = \left(\frac{d\bar{\rho}(t)}{dt} \right)_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}(t) = \bar{\upsilon}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho}(t)$$

$$\left(\frac{d\bar{\upsilon}_r}{dt} \right)_a = \left(\frac{d\bar{\upsilon}_r}{dt} \right)_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r = \bar{a}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r$$

Підставимо значення абсолютних похідних векторних функцій $\bar{\rho}$ та $\bar{\upsilon}_r$ в рівняння (22) одержимо

$$\begin{aligned} \bar{a}_a &= \frac{d\bar{\upsilon}_O}{dt} + \frac{d\bar{\omega}_e}{dt} \times \bar{\rho} + \bar{\omega}_e \times \left(\bar{\upsilon}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\rho} \right) + \bar{a}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r = \\ &= \bar{a}_O + \bar{\varepsilon}_e \times \bar{\rho} + \bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r + \bar{\omega}_e \times \left(\bar{\omega}_e \times \bar{\rho} \right) + \bar{a}_r + \bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r \end{aligned} \qquad (23)$$

Так як

$$\bar{a}_O + \bar{\varepsilon}_e \times \bar{\rho} + \bar{\omega}_e \times \left(\bar{\omega}_e \times \bar{\rho} \right) = \bar{a}_e$$

є повним прискоренням тієї точки тіла G, де в дану мить знаходиться рухома точка M, для якої це прискорення є переносним прискоренням, а подвійний добуток $2\left(\bar{\omega}_e \times \bar{\upsilon}_r \right) = \bar{a}_C$ є коріолісовим (поворотним) прискоренням, то рівняння (23) запишемо у вигляді

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_C \qquad (24)$$

Остання рівність виражає теорему про складання прискорень при складному русі точки: а*бсолютне прискорення точки при складному русі дорівнює векторній сумі переносного, відносного та коріолісового прискорень.*

3. Висновки

На основі аналізу властивостей векторних функцій скалярного аргументу і аналізу фізичної суті кінематики точок твердого тіла та матеріальної точки і застосовуючи безкоординатний спосіб проведення математичних операцій на векторними функціями розроблені доведення теорем по визначенню кінематичних характеристик точок твердого тіла та окремої матеріальної точки. Застосування таких методів доведення теорем при вивченні дисципліни «Теоретична механіка» дозволяє суттєво (~ в 1,5 рази) скоротити час на доведення цих теорем, що є досить важливим в сучасних умовах.

Список використаної літератури

1. Бронштейн И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Изд. 10-е стереотипное / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: «Наука», 1964. – 608 с.

2. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1970. – 720 с.

3. Яблонский А. А. Курс теоретической механики. Ч. 1. Статика. Кинематика. Учебник для втузов. Изд. 5-е испр. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М.: Высшая школа, 1977. – 368 с.

4. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. Учебник. 9-е изд., стер. / С. М. Тарг. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 768 с.

5. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики, Т. 1 (кинематика, статика, динамика точки). Изд. 2-е. / Н. А. Кильчевский. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977. – 780 с.

6. Павловський М. А. Теоретична механіка / М. А. Павловський. – Київ: Техніка, 2002. – с. 510.

7. Никитин Н. П. Курс теоретической механики. Учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов, 5-е изд. перераб. и доп. / Н. П. Никитин. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.

8. Бондаренко А. А. Теоретична механіка. Підручник: У 2 ч. – Ч. 1: Статика. Кінематика / А. А. Бондаренко, О. О. Дубінін, О. М. Переяславцев. – К.: Знання, 2004. – 599 с.

9. Дронг В. И. Курс теоретической механики: Учебник для вузов / В. И. Дронг, В. В. Дубинин, М. М. Ильин и др. Под общей ред. К. С. Колесникова. 3-е изд., стереотип. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 736 с.

10. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики. В двух томах / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – СПб.: Издательство «Лань», 2002. – 736 с.

11. Токар А. М. Теоретична механіка. Кінематика. Методи і задачі: Навч. посібник / А. М. Токар. – К.: Либідь, 2001. – 416 с.

References

1. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. (1964). *A reference book on mathematics for engineers and students of technical institutions*. 10th stereotype Ed. – Moscow: Nauka. – 608p (in Rus).

2. Korn G., Korn T. (1970). *A reference book on mathematics for scientists and engineers. Definitions, theorems, formulas*. - Moscow: Nauka. Main edition of physical and mathematical literature. – 720 p (in Rus).

3. Yablonsky A.A., Nikiforova V.M. (1977). *Course of theoretical mechanics.* Part 1. Statics. Kinematics. Textbook for technical institutions. 5th revised ed. - Moscow: High school. - 368 p (in Rus).

4. Targ S.M. (2002). *A short course of theoretical mechanics*: Textbook. 9th stereotype ed., – St. Petersburg: Publishing House "Lan". – 768 p (in Rus).

5. Kilchevsky N.A. (1977). *Course of theoretical mechanics.* T. 1 (kinematics, statics, dynamics of point). The 2nd Ed. – Moscow: The main editorial board of the physical and mathematical literature of the "Nauka" Publishers. – 780 p (in Rus).

6. Pavlovsky M.A. (2002). *Theoretical mechanics*. - Kyiv: Tekhnika. – 510 p (in Ukr).

7. Nikitin N.P. (1990). *Course of theoretical mechanics*. Textbook for machine building and instrument-making specialities of universities, 5th revised ed. – Moscow: High school. – 607 p (in Rus).

8. Bondarenko A.A., Dubinin O.O., Pereyaslavtsev O.M. (2004). *Theoretical Mechanics*: Manual: in 2 parts. – Part 1: Static. Kinematics. – Kyiv: Znannya, – 599 p (in Ukr).

9. V.I. Drong, V.V. Dubinin, M.M. Iljin and others (2005). *Course of theoretical mechanics:* Textbook for high schools. Under the general ed. of K.S. Kolesnikov. 3rd ed., The stereotype. – Moscow: MSTU after N.E. Bauman. – 736 p (in Rus).

10. Butenin N.V., Luntz Ya.L., Merkin D.R. (2002). Course of theoretical mechanics. In two volumes. – St. Petersburg: Publishing House "Lan". – 736 p (in Rus).

11. Tokar A.M. (2001). *Theoretical mechanics. Kinematics: Methods and objectives:* Teaching Manual – Kyiv: Lybid. – 416 p (in Ukr).

Summary. *O.A. Gulivets, S.Yu. Oliinyk, G.A. Markevych. Vector functions of a scalar argument in research of point and solid body kinematics.* *In the work, the uncoordinated (vector) method of mathematical operations on vector values is used, for example, to prove the theorems of point and solids kinematics. This way in the educational process can reduce the time to prove some theorems on the course "Theoretical mechanics". Thus, in the study of kinematics of a point and solids, the vector functions of a scalar argument (time) are used: radius vector, velocity, acceleration, over which there is a need to perform a number of mathematical operations: finding their sum, vector and scalar product, and the product of vector functions on scalar, differentiation and integration, etc. As you know, there are two methods for conducting mathematical operations over vector values: a coordinate (or vector) that operates directly with vectors and coordinates - operations are performed over scalar quantities that are analytically determined in some coordinate system. The non-coordinate method is more compact and expedient for use in conducting theoretical studies. Using some properties of vector functions: the possibility of depicting a vector function of a scalar argument in the form of a product of a unit vector function (orth function) on a scalar function (a module of a vector function) and the rules of differentiation of vector functions, using the uncoordinated method, the proof of several theorems for determining the kinematic parameters of free points a solid body and a single point with its complex motion. The application of such methods of proving the theorems in the study of the discipline "Theoretical Mechanics" allows some time to be reduced to prove these theorems, which is an important factor in modern conditions.*

Keywords: non-coordinate method, kinematics of solid body, vector function, scalar, derivative, radius vector, velocity, acceleration**.**

Одержано редакцією 27.09.2017 Прийнято до друку 20.10.2017